

Anfänglich nur mit dem praktischen Maßsystem vertraut, wunderte ich mich sehr, als ich in der theoretischen Physik mit ungewohnten $\frac{1}{c}$ - und 4π - Faktoren Bekanntschaft machte.

Fragen über deren Herkunft, brachten mir die Erkenntnis, daß die Unwissenheit darüber wohl verbreitet ist.

Mein eigenes Interesse und die eher knappe und unsystematische Behandlung der Maßsysteme in der einschlägigen Literatur, veranlaßten mich dazu, darüber ein Referat im Theoretikum zu halten.

Zu diesem Referat entstand die vorliegende schriftliche Ausarbeitung.

Kelkheim den 29.4.1985

Wolfgang Renner

Johann Wolfgang Goethe - Universität

Frankfurt a.M.

Januar 1985

Schriftliche Beilage zu Referat über Einheitensysteme der Elektrodynamik

Es ist möglich alle Erscheinungen der klassischen Elektrodynamik aus drei elementaren Grundgesetzen herzuleiten. Diese Gesetze gehen jedoch von idealisierten elektrischen- und magnetischen Punktmonopolen aus. Zur Problematik der magnetischen Monopole hierbei, welche bekanntlich noch nicht beobachtet wurden, ist folgendes zu sagen: 1.) Alle hergeleiteten Gesetze in denen die magnetischen Monopole durch ihr Feld ersetzt werden, und dadurch in den hergeleiteten Gesetzen keine magnetischen Monopole explizit auftreten, sind identisch mit den experimentell ermittelten Gesetzen (Lorenz, Biot-Savart, Amper'sche, Maxwell usw.). 2.) In den drei Grundgesetzen erscheinen die elektrischen und magnetischen Monopole vollkommen symmetrisch (bis auf's Vorzeichen teilweise). Würden (isolierbare und "fließfähige") magnetische Monopole existieren, würden alle heute bekannten Gesetze der Elektrodynamik symmetrisch komplettiert. Ich werde diese Gesetze mit einem Stern* versehen jeweils mit vorstellen.

Ich fragte Professor W. Greiner warum er in seinem Lehrbuch die Herleitbarkeit der Elektrodynamik aus den drei Grundgesetzen nicht erwähnt. Er sagte mir, daß er analog dem Weg wissenschaftlichen Arbeitens gehen wollte, welcher vom experimentellen Befund zum speziellen Gesetz führt. Die Herleitung aus den drei Grundgesetzen geht jedoch den umgekehrten Weg, vom hoch idealisierten und abstrahierten Grundgesetz zum (experimentell nachweisbaren) speziellen Gesetz. Das ich in meinem Referat diesen Weg gehe hat zwei Gründe: Erstens wird damit noch ein weiterer Zugang zur Elektrodynamik vorgestellt. Zweitens läßt sich damit die Entstehung der verschiedenen Einheitensysteme sehr systematisch und anschaulich darstellen.

Die drei erwähnten Grundgesetze lauten:

1. Coulomb'sches Gesetz:

$$\vec{F}_{12} = k_1 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{\epsilon_r} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

2. Coulomb'sches Gesetz:

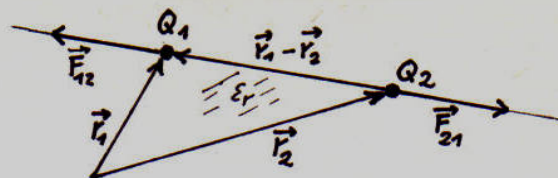
$$\vec{F}_{12} = k_2 \cdot \frac{p_1 p_2}{\mu_r} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

Elektrodynamisches-Elementar-Gesetz:

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_Q = k_3 \cdot QP \cdot \frac{(\vec{r}_a - \vec{r}_p) \times \vec{V}_a}{|\vec{r}_a - \vec{r}_p|^3} \quad ①$$

Einiges zum 1. Coulomb'schen Gesetz:

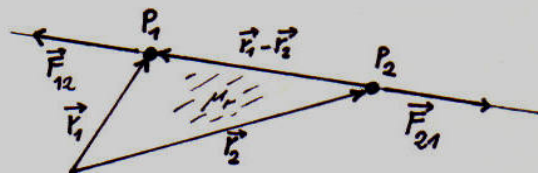
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = k_1 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{\epsilon_r} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$



Das 1. Coulomb'sche Gesetz ist uns schon aus Prof. W. Greiner's Lehrbuch bekannt.

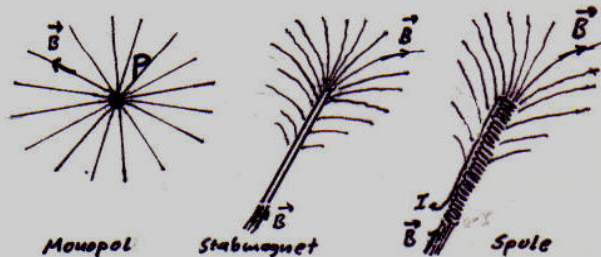
Einiges zum 2. Coulomb'schen Gesetz:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = k_2 \cdot \frac{P_1 P_2}{\mu_r} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$



Das 2. Coulomb'sche Gesetz ist genau analog dem 1. Coulomb'schen Gesetz.

Es werden jedoch die elektrischen Ladungen durch magnetische Ladungen (Monopol-Ladungen) ersetzt. Da noch keine magnetischen Monopole beobachtet wurden, ist dies ausich ein rein fiktives Gesetz. Das Monopolfeld kann man sich jedoch auch annäherungsweise, für die meisten noch folgenden Betrachtungen, durch das Feld eines langen dünnen Stabmagneten oder einer langen



dünnen stromdurchflossenen Spule ersetzt denken. Der Unterschied besteht darin, daß beim Stabmagneten oder Spule das Magnetfeld nicht nur aus dem jeweiligen Ende austritt, sondern auch schon vorher. Dadurch weicht die Feldgeometrie von der Kugelsymmetrie des Monopols etwas ab. (In meinem ganzen Referat beziehe ich mich nur auf isotrope Dielektrizität und Permeabilität.) Außerdem gilt folgender Unterschied: Beim Monopol gilt: $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dA = \mu_0 4\pi k_2 \cdot P$, bei dem Stabmagnet und der Spule jedoch $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dA = 0$. Läßt man jedoch bei der Integration die innere Querschnittsfläche des Magneten oder der Spule weg gilt auch: $\oint \vec{B} \cdot \vec{n} dA = \mu_0 4\pi k_2 P$.

Die Konstanten ϵ_r, μ_r werden als relative Dielektrizitäts-, bzw. Permeabilitätskonstante bezeichnet. Sie beschreiben eine Eigenschaft des Mediums in dem die Ladungen bzw. Pole eingebettet sind. Bei den Coulombschen Gesetzen bewirkt eine Zunahme von ϵ_r bzw. μ_r eine

reziproke Abnahme der Wechselwirkungskräfte. Es gilt: $\epsilon_r \geq 1$ bzw. $\mu_r \geq 1$.
 ϵ_r bzw. μ_r sind immer reine Zahlenwerte ohne Einheit. (Weiteres siehe "Greiner" usw.)

Die Konstanten ϵ_0 bzw. μ_0 werden als elektrische, - bzw. magnetische Feldkonstante bezeichnet. Ihre Zahlenwerte und ihre möglicherweise vorhandenen Einheiten hängen von dem jeweils benutzten Einheitensystem ab. (Maß-)

Es gilt: $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$ bzw. $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$. Hierbei wird $\vec{D}$ als elektrische Flußdichte oder auch elektrische Verschiebungsdichte bezeichnet, $\vec{B}$ wird als magnetische Flußdichte bezeichnet. $\vec{E}$ bzw. $\vec{H}$ wird als elektrische- bzw. magnetische Feldstärke bezeichnet.

Es gilt: $\Psi = \iint_A \vec{D} \cdot \vec{n} dA$ ist der elektrische Fluß durch die Fläche A .
 $\Phi = \iint_A \vec{B} \cdot \vec{n} dA$ ist der magnetische Fluß durch die Fläche A .
 (Wenn hier von "Fluß" gesprochen wird, hat dies nichts mit fließenden Ladungen oder Polen* zu tun, sondern der Begriff des Flusses entsteht aus dem anschaulichen Vergleich des Feldlinienbildes mit den Stromlinien einer fließenden Flüssigkeit.)

Es gilt weiterhin: $\Psi_Q = \iint_A \vec{D} \cdot \vec{n} dA = \epsilon_0 4\pi k_1 Q$ bzw. $\text{div } \vec{D} = \epsilon_0 4\pi k_1 \rho_Q$
 und auch: $\Phi_P^* = \iint_A \vec{B} \cdot \vec{n} dA = \mu_0 4\pi k_2 P$ bzw. $\text{div } \vec{B}^* = \mu_0 4\pi k_2 \rho_P^*$

(A muß Q bzw. P ganz umhüllen. ρ_Q bzw. ρ_P^* beschreiben die Ladungs- bzw. Pol-Dichte.)

Wie noch zu sehen sein wird, ist Ψ_Q , Φ_P bzw. $\text{div } \vec{D}$, $\text{div } \vec{B}^*$ unabhängig von $\epsilon_0, \epsilon_r, \mu_0, \mu_r$ und ist nur eine Eigenschaft von Q, ρ_Q bzw. P, ρ_P^* .
 Es können bestenfalls, je nach verwendetem System, unterschiedliche Potenzen von 4π auftreten.

Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$, bzw. die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ ist als Kraft pro Ladung bzw. Polstärke* definiert. Es gilt:
 $\vec{F}_Q = Q \cdot \vec{E}$ und $\vec{E} = \frac{\partial}{\partial Q} \vec{F}_Q$ bzw. $\vec{F}_P^* = P \cdot \vec{H}$ und $\vec{H} = \frac{\partial}{\partial P} \vec{F}_P^*$.
 Dabei ist $\vec{F}_Q$ bzw. $\vec{F}_P^*$ die Kraft die auf eine Ladung Q bzw. einen Pol P in einem Feld $\vec{E}$ bzw. $\vec{H}$ wirkt.

Mit diesen Definitionen und den Coulomb'schen Gesetzen lassen sich die Feldstärken und Flußdichten um eine Ladung bzw. einen Pol berechnen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{\partial}{\partial Q} \vec{F}_Q = \frac{\partial}{\partial Q_1} k_1 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{\epsilon_r} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = k_1 \cdot \frac{Q}{\epsilon_r} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \quad \text{mit: } r = r_1$$

$$\vec{H}^*(\vec{r}) = \frac{\partial}{\partial P} \vec{F}_P = \frac{\partial}{\partial P_1} k_2 \cdot \frac{P_1 P_2}{\mu_r} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} = k_2 \cdot \frac{P}{\mu_r} \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_P}{|\vec{r} - \vec{r}_P|^3} \quad \vec{r}_{Q1} = \vec{r}_2 \quad Q_1 P = Q_2 P_2$$

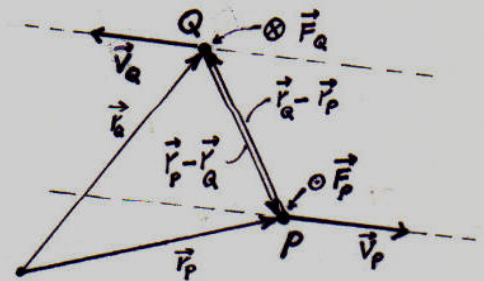
Für $\vec{D}$ bzw. $\vec{B}$ ergibt sich damit:

$$\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 k_1 \cdot Q \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_Q}{|\vec{r} - \vec{r}_Q|^3} \quad \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0 k_2 \cdot P \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_P}{|\vec{r} - \vec{r}_P|^3}$$

Das Elektrodynamische-Elementar-Gesetz:

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_Q = k_3 \cdot QP \cdot \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_P) \times \vec{V}_Q}{|\vec{r}_Q - \vec{r}_P|^3}$$

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_Q = k_3 \cdot QP \cdot \frac{(\vec{r}_P - \vec{r}_Q) \times \vec{V}_P}{|\vec{r}_P - \vec{r}_Q|^3}$$



$\vec{V}_Q$ ist die Geschwindigkeit, mit der sich die Ladung relativ zum Pol bewegt.
 $\vec{V}_P = -\vec{V}_Q$ ist die Geschwindigkeit, mit der sich der Pol relativ zur Ladung bewegt.

Aus diesem Elementar-Gesetz lassen sich folgende Gesetze unmittelbar herleiten:

① Magnetfeld von bewegter Ladung:

$$\text{mit } \vec{H} = \frac{\partial}{\partial P} \vec{F}_P \quad \vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}) \times \vec{V}_Q}{|\vec{r}_Q - \vec{r}|^3} \quad \vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} = \mu_0 \mu_r \cdot k_3 \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}) \times \vec{V}_Q}{|\vec{r}_Q - \vec{r}|^3}$$

② Elektrisches Feld von bewegtem Pol:

$$\text{mit } \vec{E} = \frac{\partial}{\partial Q} \vec{F}_Q \quad \vec{E}^*(\vec{r}) = -k_3 \cdot P \cdot \frac{(\vec{r}_P - \vec{r}) \times \vec{V}_P}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3} \quad \vec{D}^* = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}^* = -\epsilon_0 \epsilon_r \cdot k_3 \cdot P \cdot \frac{(\vec{r}_P - \vec{r}) \times \vec{V}_P}{|\vec{r}_P - \vec{r}|^3}$$

③ Kraft auf b. Ladung im $\vec{B}$ -Feld. "Lorentzkraft":

$$\text{mit } \vec{B}(\vec{r}_Q) = \mu_0 k_2 \cdot P \cdot \frac{\vec{r}_Q - \vec{r}_P}{|\vec{r}_Q - \vec{r}_P|^3} \quad \vec{F}_Q = -k_3 \cdot Q \cdot P \cdot \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_P)}{|\vec{r}_Q - \vec{r}_P|^3} \times \vec{V}_Q = -k_3 \cdot Q \cdot \frac{\vec{B}}{\mu_0 k_2} \times \vec{V}_Q = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot Q \cdot \vec{V}_Q \times \vec{B}$$

④ Kraft auf bewegtem Pol im $\vec{D}$ -Feld:

$$\text{mit } \vec{D}(\vec{r}_P) = \epsilon_0 k_1 \cdot Q \cdot \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_Q}{|\vec{r}_P - \vec{r}_Q|^3} \quad \vec{F}_P^* = k_3 \cdot P \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_P - \vec{r}_Q)}{|\vec{r}_P - \vec{r}_Q|^3} \times \vec{V}_P = k_3 \cdot P \cdot \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 k_1} \times \vec{V}_P = \frac{k_3}{\epsilon_0 k_1} \cdot P \cdot \vec{D} \times \vec{V}_P$$

Nun lassen sich auf diese Weise auch die übrigen Gesetze der E-Dynamik herleiten

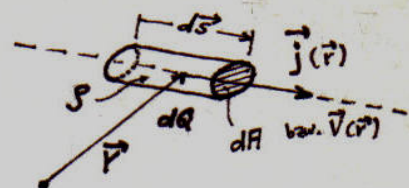
Als erstes will ich für den Ausdruck $Q \cdot \vec{V}_Q$ bzw. $P \cdot \vec{V}_P$ noch einige Substitutionen einführen:

Es gilt: $I = \frac{dQ}{dt}$ $dQ = I \, d\tau = I \, dV$

mit: $\vec{V}_Q = \frac{d\vec{s}}{dt}$ $I = \frac{I \, d\tau}{dt} = d\tau \cdot j = d\tau \cdot \frac{I \, d\tau}{dt}$

wird: $dQ \cdot \vec{V} = \frac{I \, d\tau}{dt} \cdot d\vec{s} = I \cdot d\vec{s} = j \, d\tau \, d\vec{s} = \vec{j} \, dV$

D.h. $dQ \cdot \vec{V}_Q = I_Q \cdot d\vec{s} = \vec{j}_Q \, dV$ bzw. $dP \cdot \vec{V}_P = I_P \cdot d\vec{s} = \vec{j}_P \, dV$



Das Biot - Savart'sche - Gesetz:

Mit ②: $\vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_a - \vec{r}) \times \vec{V}_a}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3}$ wird $d\vec{H}(\vec{r}) = -k_3 \cdot \frac{dQ \cdot \vec{V}_a \times (\vec{r}_a - \vec{r})}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3}$

Das Biot-Savart'sche - Gesetz beschreibt $d\vec{H}(\vec{r})$. $\vec{r}$ ist der Ortsvektor, der vom Leiterelement zum Beobachtungspunkt zeigt. D.h. es muß gelten: $\vec{r}_a = 0$.

$\Rightarrow d\vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot \frac{dQ \cdot \vec{V}_a \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = k_3 \cdot \frac{I \, d\vec{s} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = k_3 \cdot \frac{\vec{j} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \, dV$ $d\vec{B} = \mu_0 \mu_r \cdot k_3 \cdot \frac{I \, d\vec{s} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$

bzw. $d\vec{E}(\vec{r})^* = -k_3 \cdot \frac{dP \cdot \vec{V}_a \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = -k_3 \cdot \frac{I_P \, d\vec{s} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = -k_3 \cdot \frac{\vec{j}_P \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} \, dV$ $d\vec{D} = -\epsilon_0 \epsilon_r \cdot k_3 \cdot \frac{I_P \, d\vec{s} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$

Das 1. Ampere'sche - Gesetz:

Mit ③ $\vec{F}_Q = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot Q \cdot \vec{V}_Q \times \vec{B}$ wird $d\vec{F}_Q = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot dQ \cdot \vec{V}_Q \times \vec{B}$

$\Rightarrow d\vec{F}_Q = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot I \, d\vec{s} \times \vec{B} = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot \vec{j} \, dV \times \vec{B} = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot \vec{j} \times \vec{B} \cdot dV$

bzw. $d\vec{F}_P^* = -\frac{k_3}{\epsilon_0 k_1} \cdot I_P \, d\vec{s} \times \vec{D} = -\frac{k_3}{\epsilon_0 k_1} \cdot \vec{j}_P \times \vec{D} \cdot dV$

Das 2. Ampere'sche - Gesetz (etwas erweitert behandelt.):

Mit ① $\vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_a - \vec{r}) \times \vec{V}_a}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3}$ wird $d\vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot \frac{\vec{j}(\vec{r}') \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \cdot dV'$

(Mit $\vec{r}' := \vec{r}_Q$ und dV' das Volumenelement am Ort $\vec{r}'$.)

Nun ist: $\frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} = -\vec{V} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \vec{V}' \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$ wobei $\vec{V}$ auf $\vec{r}$ und $\vec{V}'$ auf $\vec{r}'$ wirken soll.

$\Rightarrow d\vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot \left(\vec{V} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \times \vec{j}(\vec{r}') \, dV'$ $\vec{H}(\vec{r}) = \int d\vec{H}(\vec{r}) = \int k_3 \cdot \left(\vec{V} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) \times \vec{j}(\vec{r}') \cdot dV'$

Es gilt: $\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \cdot \vec{j}(\vec{r}') \right) = \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \times \vec{j}(\vec{r}') + \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{j}(\vec{r}') = 0$. Da $\vec{j}(\vec{r}')$ keine Funktion von $\vec{r}$

$$\Rightarrow \vec{H}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \quad \text{d.h.} \quad \vec{H}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) \quad \text{mit} \quad \vec{A}(\vec{r}) = k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$$

$\vec{A}(\vec{r})$ wird als Vektorpotential bezeichnet. Das $\vec{H}$ -Feld läßt sich vollkom-
mend mit $\text{rot } \vec{A}$ beschreiben, wenn gilt: $\text{div } \vec{H} = \frac{4\pi k_3}{\mu_r} S_p = 0$. Was
bekanntlich der Fall ist. Gäbe es eine Magnetische Stromdichte $\vec{j}_p(\vec{r}')$
und wäre keine elektrische Ladungsdichte vorhanden ($S_a = 0$) würde
auch (mit @) gelten: $\vec{E}(\vec{r})^* = \vec{\nabla} \times \vec{A}_Q(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \left(-k_3 \int \frac{\vec{j}_p(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right)$.

Ein Gesetz der Vektorrechnung lautet: $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \Delta \vec{A}$

Für den Delta-Operator gilt: $\Delta \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = -4\pi \delta(\vec{r}-\vec{r}')$ $\delta(\vec{r}-\vec{r}')$ = Dirac'sche Deltafunktion.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{rot } \vec{H}(\vec{r}) &= \vec{\nabla} \times \left(\vec{\nabla} \times k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right) = \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right) - \Delta \cdot k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \\ &- \Delta \cdot k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' = -k_3 \int \left(\Delta \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) \cdot \vec{j}(\vec{r}') dV' = -k_3 \int -4\pi \delta(\vec{r}-\vec{r}') \cdot \vec{j}(\vec{r}') dV' = k_3 \cdot 4\pi \cdot \vec{j}(\vec{r}) \\ \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} \cdot k_3 \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right) &= \vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \int \vec{j}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' = -\vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \int \vec{j}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}' \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' = \\ &= -\vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \int \vec{\nabla}' \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) dV' + \vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \int \frac{\vec{\nabla}' \cdot \vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' = \vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \int \frac{\text{div } \vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' - \vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \oint \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) \cdot \vec{n} dH' \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{rot } \vec{H}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \cdot k_3 \cdot \int \frac{\text{div } \vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' + k_3 \cdot 4\pi \cdot \vec{j}(\vec{r})$$

Es gilt: $\iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = -\oint \vec{j} \cdot \vec{n} dH = -\iiint \text{div } \vec{j} dV \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div } \vec{j}$ (Kontinuitätsgleichung)

Es gilt auch: $d\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0 k_1 \cdot dQ \cdot \frac{\vec{r}-\vec{r}_0}{|\vec{r}-\vec{r}_0|^3} = \epsilon_0 k_1 S(\vec{r}') \cdot \left(-\vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \right) dV'$ mit $\vec{r}' = \vec{r}_0$
nach dem Superpositionsprinzip gilt: $\vec{D}(\vec{r}) = \int d\vec{D}(\vec{r}) = \int -\epsilon_0 k_1 S(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' = \vec{\nabla} \cdot \left(-\epsilon_0 k_1 \int \frac{S(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right)$
nun ist: $\frac{1}{\epsilon_0 k_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}) = \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \cdot \left(-\int \frac{S(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right) = \vec{\nabla} \cdot \left(-\frac{\partial}{\partial t} \int \frac{S(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV' \right) = \vec{\nabla} \cdot \int \frac{\text{div } \vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV'$

Bevor ich diesen Ausdruck in $\text{rot } \vec{H}(\vec{r})$ einsetze, möchte ich bemerken, daß
sich das 2. Ampere'sche Gesetz ansich nur auf die Magnetostatik bezieht. Dort gilt
jedoch $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ und damit $\text{rot } \vec{H}(\vec{r}) = 4\pi k_3 \cdot \vec{j}(\vec{r})$. Lassen wir jedoch auch $\frac{\partial \rho}{\partial t} \neq 0$
zu, haben wir eine komplette Maxwell-Gleichung vor uns! :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{H}(\vec{r}) &= \frac{k_3}{\epsilon_0 k_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}) + k_3 \cdot 4\pi \cdot \vec{j}(\vec{r}) & \text{rot } \vec{B}(\vec{r}) &= \mu_0 \mu_r \cdot \left(\frac{k_3}{\epsilon_0 k_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}) + k_3 \cdot 4\pi \cdot \vec{j}(\vec{r}) \right) \\ \text{rot } \vec{E}(\vec{r}) &= -\frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}) - k_3 \cdot 4\pi \cdot \vec{j}_p(\vec{r})^* & \text{rot } \vec{D}(\vec{r}) &= \epsilon_0 \epsilon_r \cdot \left(-\frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}) - k_3 \cdot 4\pi \cdot \vec{j}_p(\vec{r})^* \right) \end{aligned}$$

Noch etwas zu den Maxwell - Gleichungen:

Um zu zeigen, daß sich die Maxwell - Gleichungen aus den drei Grundgesetzen ableiten lassen, führte ich noch folgende Rechnung durch: Ich errechnete die Rotation von $\vec{H}(\vec{r})$ aus ②. Dann errechnete ich die Zeitableitung der elektrischen Flußdichte (am Ort $\vec{r}$), welche von der bewegten Ladung Q ausgeht. Durch Gleichsetzen ergab sich genau eine Maxwell - Gleichung (natürlich nur der $\frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r})$ - Anteil.). Ebenso ist die Gleichung für $\text{rot } \vec{E}$ erhältlich. Die kompletten Rechnungen waren sehr umfangreich. So möchte ich hier nur kurz das Resultat vorstellen:

$$\text{Mit ② } \vec{H}(\vec{r}) = k_3 \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_a - \vec{r}) \times \vec{v}_a}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3} \quad \text{rot } \vec{H}(\vec{r}) = \vec{v} \times (k_3 \cdot Q \cdot \frac{(\vec{r}_a - \vec{r}) \times \vec{v}_a}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3}) = k_3 \cdot \frac{Q}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3} \cdot \left(\frac{3(\vec{r}_a - \vec{r}) \cdot ((\vec{r}_a - \vec{r}) \cdot \vec{v}_a)}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^2} - \vec{v}_a \right)$$

$$\vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0 k_1 Q \cdot \frac{\vec{r} - \vec{r}_a}{|\vec{r} - \vec{r}_a|^3} \quad \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}) = \epsilon_0 k_1 \cdot \frac{Q}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^3} \cdot \left(\frac{3((\vec{r}_a - \vec{r}) \cdot \vec{v}_a) \cdot (\vec{r}_a - \vec{r})}{|\vec{r}_a - \vec{r}|^2} - \vec{v}_a \right) \quad \text{mit } \frac{\partial \vec{r}_a}{\partial t} = \vec{v}_a$$

Durch Gleichsetzen folgt: $\text{rot } \vec{H}(\vec{r}) = \frac{k_3}{\epsilon_0 k_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r})$

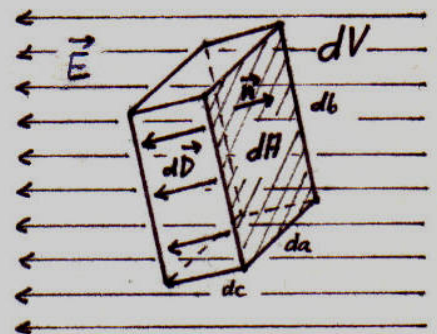
Ebenso erhält man mit ③: $\text{rot } \vec{E}(\vec{r}) = -\frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r})$

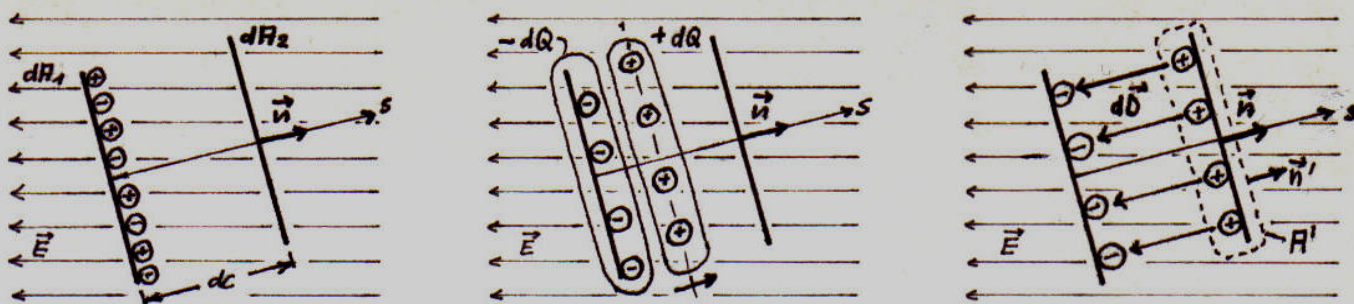
Zur Feldenergie:

Wir stellen uns ein Volumen dV vor, welches von einem äußeren elektrischen Feld $\vec{E}$ durchsetzt ist. Nun trennen wir von einer Fläche dA_1 eine Ladungsschicht $+dQ$ ab und "schieben" sie zur anderen Fläche dA_2 (siehe nächste Seite).

Auf der Fläche dA_1 bleibt die Ladung $-dQ$ zurück. Durch diese Verschiebung soll eine infinitesimale Flußdichteänderung $d\vec{D}$ bewirkt werden. Diese soll so klein sein, daß sich $\vec{E}$ nur vernachlässigbar ändert. Nun gilt für die Kraft $\vec{F}$ die auf die Ladung dQ im Feld $\vec{E}$ wirkt:

$$\vec{F} = dQ \cdot \vec{E} \quad \text{Die Arbeit um } dQ \text{ von } dA_1 \text{ nach } dA_2 \text{ zu verschieben ergibt sich zu: } dW = - \int_0^{dc} \vec{F} d\vec{s} = - \vec{F} \cdot d\vec{c} \cdot \vec{u} = -dQ \cdot \vec{E} \cdot d\vec{c} \cdot \vec{u} = -\vec{E} \cdot dQ \cdot d\vec{c} \cdot \vec{u}$$





Wählen wir dA so daß gilt: $da, db \gg dc$ kann man das $d\vec{D}$ -Feld im betrachteten Volumenelement dV als (fast) homogen ansehen. Da gilt: $\oint \vec{D} \cdot \vec{n} dA = \epsilon_0 4\pi k_1 Q$, und (fast) alle $\vec{D}$ -Linien homogen von $+dQ$ zu $-dQ$ durch dV verlaufen gilt: $\oint d\vec{D} \cdot \vec{n}' dA' = -d\vec{D} \cdot dA \cdot \vec{n} = \epsilon_0 4\pi k_1 dQ$ bzw. $d\vec{D} = -\frac{\epsilon_0 4\pi k_1 dQ}{dA} \cdot \vec{n}$

oder auch: $\frac{dA \cdot dc}{\epsilon_0 4\pi k_1} d\vec{D} = -dQ \cdot dc \cdot \vec{n}$ Diesen Ausdruck können wir nun in den obigen Arbeitsausdruck einsetzen: $dW = -\vec{E} \cdot dQ \cdot dc \cdot \vec{n}$

$dW = \vec{E} \cdot \frac{dA \cdot dc}{\epsilon_0 4\pi k_1} \cdot d\vec{D} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 k_1} \cdot \vec{E} \cdot d\vec{D} \cdot dV$ Teilen wir jetzt noch durch dV erhalten wir die Feldenergiedichteänderung $dw = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 k_1} \cdot \vec{E} \cdot d\vec{D}$

Wollen wir eine Energieänderung über ein ausgedehnteres Volumen erhalten müssen wir die Energiedichte über's Volumen integrieren: $dW = \int dw \cdot dV = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 k_1} \int \vec{E} \cdot d\vec{D} dV$. Abgesehen davon, daß in dem erhaltenen Energiedichteausdruck keine der gedachten Ladungen $\pm dQ$ auftreten, würden sie sich auch bei der Integration an den berührenden Grenzflächen der Volumenelemente wegheben. Nur die Ladungen von der wirklichen $\vec{D}$ -erzeugenden Ladungsverteilung würden bleiben, sie erscheinen jedoch sowiso nicht in obigem Energiedichteausdruck.

Wollen wir die gesamte Feldenergiedichte wissen müssen wir die Energiedichteänderungen zusammenintegrieren: $W = \int dw = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 k_1} \cdot \int \vec{E}(\vec{B}) \cdot d\vec{D}$

Für lineare isotrope Dielektrika gilt: $\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r}$ daraus folgt:

$$W = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 k_1} \cdot \int \frac{\vec{D}}{\epsilon_0 \epsilon_r} \cdot d\vec{D} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 k_1} \cdot \frac{1}{2} \frac{\vec{D}^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{1}{8\pi \epsilon_0 k_1} \cdot \vec{E} \cdot \vec{D}$$

Für die magnetische Feldenergie lassen sich ganz analog folgende

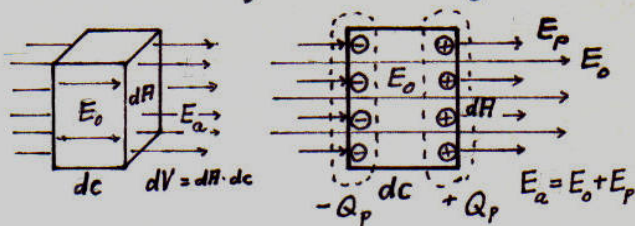
Gleichungen herleiten: $W_m = \int dw_m = \frac{1}{4\pi \mu_0 k_2} \cdot \int \vec{H}(\vec{B}) \cdot d\vec{B}$

Für lineare isotrope Permeabilität: $W_m = \frac{1}{4\pi \mu_0 k_2} \cdot \int \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu_r} \cdot d\vec{B} = \frac{1}{8\pi \mu_0 k_2} \cdot \vec{H} \cdot \vec{B}$

Zur Polarisation:

Ein Volumen dV sei von einem elektrischen Feld E_0 durchdrungen. Der Einfachheit halber soll gelten $\vec{E}_0 \perp dA$.

Das Volumen sei mit einem nicht leitenden isotropen Medium gefüllt. Dies hat die



Suszeptibilität χ . χ ist die Fähigkeit zur Polarisation durch ein $\vec{E}$ -Feld. Es gilt:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \cdot \vec{E} \quad \vec{P} \text{ ist die Polarisationsdichte. Im Gegensatz zur Influenzpolarisierung}$$

bei Leitern, bei der Ladung fließt, bleiben die (atomaren) Ladungen im Medium (oder auch "Dielektrikum") an ihrem Platz. Es tritt nur eine atomare Verschiebung auf.

Dieses bewirkt Oberflächepolarisationsladungen $\pm Q_p$ bzw. deren Flächenladungsdichten $\pm \sigma_p$.

Für dV im Vakuum: Mit: $P = dV \cdot P = dc \cdot dA \cdot \epsilon_0 \chi E = dc \cdot Q_p = dc \cdot dA \cdot \sigma_p$

bzw. $\sigma_p = \epsilon_0 \chi \cdot E_0$ $P = \text{induziertes Dipolmoment von } dV.$

Mit dem Gauss'schen Satz erhält man: $E_p = 4\pi k_1 \cdot \sigma_p$ und damit ergibt sich:

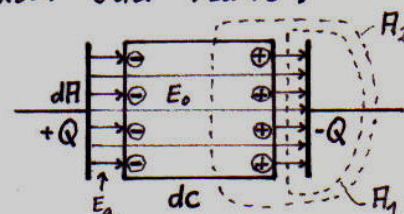
$$E_a = E_0 + E_p = E_0 + 4\pi k_1 \cdot \epsilon_0 \chi \cdot E_0 = (1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi) \cdot E_0 \quad \text{und} \quad D_a = \epsilon_0 E_a = \epsilon_0 (1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi) \cdot E_0$$

Wir betrachten nun einen Kondensator mit dem Dielektrikum. Zur Anschaulichkeit lassen wir eine dünne Vakuumschicht zwischen Dielektrikum und Platte:

Mit: $\oint_{R_1} \vec{E}_a \cdot d\vec{A} = 4\pi k_1 Q \Rightarrow E_a = 4\pi k_1 \frac{Q}{dA}$ $Q = \text{Plattenladung}$

$$U = E_0 \cdot dc = \frac{E_a}{(1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi)} \cdot dc = \frac{4\pi k_1 \frac{Q}{dA}}{(1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi)} \cdot dc$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{\frac{4\pi k_1 \frac{Q}{dA}}{(1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi)} \cdot dc} = \frac{(1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi)}{4\pi k_1} \cdot \frac{dA}{dc} = \frac{\epsilon_r}{4\pi k_1} \cdot \frac{dA}{dc}$$



Da das Dielektrikum nicht leitend ist muß gelten: $\oint_{R_1} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \oint_{R_2} \vec{D} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 4\pi k_1 Q$. (Denke an Aufladung) D.h. die Polarisationsladungen sind keine Quellen für das $\vec{D}$ -Feld, bzw. $D_a = D_i = D$ (a für außen, i für innen)

Zusammengefaßt gilt:

$$\begin{aligned} \vec{P}_e &= \epsilon_0 \chi_e \vec{E} & D &= \epsilon_0 E_a = \epsilon_0 (1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi_e) \cdot E_0 = \epsilon_0 \epsilon_r E_0 & \epsilon_r &= (1 + \epsilon_0 4\pi k_1 \chi_e) \\ \vec{P}_m &= \mu_0 \chi_m \vec{H} & B &= \mu_0 H_a = \mu_0 (1 + \mu_0 4\pi k_2 \chi_m) \cdot H_0 = \mu_0 \mu_r H_0 & \mu_r &= (1 + \mu_0 4\pi k_2 \chi_m) \end{aligned}$$

$\vec{P}_e, \vec{P}_m$ heißen elektrische, - bzw. magnetische Polarisations(dichte)

$\chi_e \vec{E}, \chi_m \vec{H}$ heißen Elektrisierung bzw. Magnetisierung.

Die Konstanten K_1, K_2 und K_3

Es wird nun endlich Zeit daß ich etwas über die Konstanten K_1, K_2 und K_3 sage, welche in den drei Grundgesetzen auftreten. Zuerst werde ich die Wellengleichung aus den Maxwell-Gleichungen herleiten. Dieses wird uns eine ganz bestimmte Verknüpfung zwischen den Konstanten liefern. Wir stellen dazu folgende Betrachtungen für den ladungsfreien Raum an: $\text{div } \vec{E} = \text{div } \vec{H} = 0$

$$\text{Mit } \text{rot } \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{K_3}{\mu_0 K_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} = -\mu_r \frac{K_3}{K_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} \quad \text{rot } \vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{K_3}{\epsilon_0 K_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} = \epsilon_r \frac{K_3}{K_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{E}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\mu_r \frac{K_3}{K_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{H} = -\mu_r \frac{K_3}{K_2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_r \frac{K_3}{K_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} = -\mu_r \epsilon_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}$$

$$\text{oder auch: } \Delta \vec{E} = \epsilon_r \mu_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} \quad \text{bzw. } (\Delta - \epsilon_r \mu_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \vec{E} = 0$$

Ebenso:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{H}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{H}) - \Delta \vec{H} = \epsilon_r \frac{K_3}{K_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{E} = \epsilon_r \frac{K_3}{K_1} \cdot \frac{\partial}{\partial t} -\mu_r \frac{K_3}{K_2} \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} = -\epsilon_r \mu_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H}$$

$$\text{oder auch: } \Delta \vec{H} = \epsilon_r \mu_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H} \quad \text{bzw. } (\Delta - \epsilon_r \mu_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \vec{H} = 0$$

Nun beschreibt der Operator $(\Delta - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) U(\vec{r}, t) = 0$ Wellen welche sich mit der Geschwindigkeit v im Raum ausbreiten. Betrachten wir beispielsweise die eindimensionale Welle $U(x, t) = U_0 \sin(Kx - \omega t)$ mit $K = \text{Wellenzahl}$ und $\omega = \text{Wellenkreisfrequenz} = 2\pi \nu$. Die Phasengeschwindigkeit

$$\text{ergibt sich mit } U(r, t) = \text{konst} \quad \text{bzw.} \quad Kx - \omega t = \text{konst} \quad \text{zu} \quad x(t) = \frac{\omega}{K} t + \text{konst}$$

$$v = \frac{d}{dt} x(t) = \frac{\omega}{K} \quad \text{Diese Welle beschreibt obiger Operator: } (\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) U_0 \sin(Kx - \omega t) = 0$$

$$\Rightarrow -U_0 K^2 \sin(Kx - \omega t) + \frac{1}{v^2} \omega^2 \sin(Kx - \omega t) = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{v^2} = \frac{K^2}{\omega^2} \quad \text{bzw.} \quad v = \frac{\omega}{K}$$

Nun beschreibt $(\Delta - \epsilon_r \mu_r \frac{K_3^2}{K_1 K_2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}) \vec{E}, (\vec{H}) = 0$ eine elektromagnetische Welle (Licht) welche sich bekanntlich im Vakuum ($\epsilon_r, \mu_r = 1$) mit Vakuumlichtgeschwindigkeit c_0 ausbreitet. Daraus folgt: $\frac{K_3^2}{K_1 K_2} = \frac{1}{c_0^2}$ bzw. $\frac{K_3}{\sqrt{K_1 K_2}} = \frac{1}{c_0}$ welches die oben besagte Verknüpfung ist.

Man sieht außerdem, daß die Lichtgeschwindigkeit im materialerfüllten Raum auf das $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}}$ -fache abnimmt. (10)

Es gibt nun zwei übliche Schreibweisen für K_1, K_2 und K_3 :

$$1.) K_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad K_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \quad K_3 = \frac{1}{4\pi\gamma} \quad (\text{Im Westphal als "rationale Schreibweise" bezeichnet.})$$

$$2.) K_1 = \frac{1}{\epsilon_0} \quad K_2 = \frac{1}{\mu_0} \quad K_3 = \frac{1}{\gamma} \quad (\text{Im Westphal als "nicht rationale Schreibweise" bezeichnet.})$$

Es ist ausich gleichgültig welche Potenzen von 4π man zu den Feldkonstanten ϵ_0, μ_0 und γ schreibt. Achtet man jedoch nicht sorgfältig darauf, welches Maßsystem sich von welcher Schreibweise ableitet, kann man in ein ganz fürchterliches 4π -Chaos geraten.

ϵ_0, μ_0 und γ wird als elektrische, -magnetische - und elektrodynamische Feldkonstante bezeichnet.

Die drei Grundgesetze lauten nun mit diesen Konstanten :

In "rationaler Schreibweise" :

1. Coulomb'sches Gesetz:

2. Coulomb'sches Gesetz :

Elektrodynamisches Elementar-Gesetz :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{p_1 p_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_Q = \frac{1}{4\pi\gamma} \cdot QP \cdot \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_P) \times \vec{v}_Q}{|\vec{r}_Q - \vec{r}_P|^3}$$

In "nicht rationaler Schreibweise" :

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{p_1 p_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}$$

$$\vec{F}_P = -\vec{F}_Q = \frac{1}{\gamma} \cdot QP \cdot \frac{(\vec{r}_Q - \vec{r}_P) \times \vec{v}_Q}{|\vec{r}_Q - \vec{r}_P|^3}$$

$$\text{Es gilt allgemein : } \frac{K_3}{K_1 K_2} = \frac{\frac{1}{4\pi\gamma}}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{4\pi\mu_0}} = \frac{\frac{1}{\gamma}}{\frac{1}{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}{\gamma} = \frac{1}{c_0} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\gamma}{\epsilon_0 \cdot \mu_0} = c_0$$

Sämtliche verschiedenen Maßsysteme der Elektrodynamik unterscheiden sich nur in der jeweiligen Wahl von $\epsilon_0, \mu_0, \gamma$ von deren Zahlenwerten und Einheiten sowie der "Schreibweise". Haben wir $\epsilon_0, \mu_0, \gamma$ und die "Schreibweise" für ein Maßsystem gewählt, erhalten wir die Konstanten K_1, K_2 und K_3 , welche in die hergeleiteten Gesetze eingesetzt, die Systemtypische Form ergibt.

Auf Seite ③ behauptete ich, daß z.B. in den Ausdrücken $\text{div } \vec{D}$ und $\text{div } \vec{B}^*$ keine Feldkonstanten erscheinen. Dies wird nun ein-sichtig : Da zum Beispiel $K_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ bzw. $\frac{1}{\epsilon_0}$ ist, wird $\text{div } \vec{D} = \epsilon_0 4\pi K_1 \rho_Q = \epsilon_0 4\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rho_Q = \rho_Q$ bzw. $\text{div } \vec{D} = \epsilon_0 4\pi \frac{1}{\epsilon_0} \rho_Q = 4\pi \rho_Q$

Ich werde nun das sogenannte Elektromagnetische, - Praktische - und das Gauss'sche Maßsystem behandeln. Es gibt zwar noch weitere Maßsysteme, doch spielen diese heute keine Rolle mehr. Das Elektromagnetische System ist ansich heute auch bedeutungslos, doch wurde das Volt und Ampere ursprünglich darin definiert. Das Gauss'sche System erweist sich als Vorteilhaft für die theoretische Physik und das Praktische System ist günstig für praktische Rechnungen.

Das Elektromagnetische System :

Mit: nichtrationale Schreibweise , $k_1 = \frac{1}{\epsilon_0} = C_0^2$ $k_2 = \frac{1}{\mu_0} = 1$ $k_3 = \frac{1}{c^2} = 1$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{C_0^2} \quad \mu_0 = \gamma = 1 \quad F_Q = C_0^2 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad F_P = \frac{P_1 P_2}{r^2} \quad F = \frac{Q P V}{r^2} \sin \alpha$$

Die Dimensionen von Ladung, Strom, Spannung, Polstärke ergeben sich mit den Coulombschen Gesetzen als ansich mechanische Größen zu:

Ladung : $F(\text{dyn}) = C_0^2 \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \right)^2 \cdot \frac{(Q [Q])^2}{(r(\text{cm}))^2} \Rightarrow [Q]^2 = \text{dyn} \cdot \text{s}^2 \text{ bzw. } [Q] = \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}$

Strom : $I = \frac{Q}{t} \quad [I] = \frac{[Q]}{[t]} = \frac{\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}}{\text{s}} = \sqrt{\text{dyn}}$

Spannung : $U = E \cdot l = \frac{F_Q}{Q} \cdot l \quad [U] = \frac{[F_Q]}{[Q]} \cdot [l] = \frac{\text{dyn}}{\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}} \cdot \text{cm} = \sqrt{\text{dyn}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Polstärke : $F(\text{dyn}) = \frac{(P[P])^2}{(r(\text{cm}))^2} \Rightarrow [P]^2 = \text{dyn} \cdot \text{cm}^2 \quad [P] = \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm}$

Nun ist die Stromstärke $\sqrt{\text{dyn}}$ recht groß und die Spannung $\sqrt{\text{dyn}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ sehr klein. Um brauchbare Einheiten zu erhalten, fügte man noch willkürlich entsprechende Zehnerpotenzen dazu, und nannte dann die Stromeinheit Ampere und die Spannungseinheit Volt:

Es gilt : $1 \text{ Ampere} = 1A \triangleq 0,1 \sqrt{\text{dyn}}$ $1 \text{ Volt} = 1V \triangleq 10^8 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Die Einheitsladung: $1 \text{ Coulomb} = 1C = 1As = 0,1 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}$

Die Einheitspolstärke: $1 \text{ Weber} = 1Wb = 1Vs = 10^8 \sqrt{\text{dyn}} \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \text{s} = 10^8 \sqrt{\text{dyn}} \text{cm} = 10^8 \text{ Maxwell} = 10^8 \text{ Mx} \quad (1 \text{ Mx} = 1 \sqrt{\text{dyn}} \text{cm})$

Die elektrischen und magnetischen Feldgrößen ergeben sich damit zu:

Der elektrische Fluß als Eigenschaft der Ladung ergibt: $[\Psi] = 1As = 0,1 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}$

Die elektrische Flußdichte ist Fluß pro Fläche: $[D] = 1 \frac{As}{\text{m}^2} = 10^{-4} \frac{As}{\text{cm}^2} = 10^{-5} \frac{\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2}$

Für die elektrische Feldstärke gilt: $E = \frac{D}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{F_Q}{Q} \quad [E] = [C^2] \cdot [D] = \frac{\sqrt{\text{dyn}}}{\text{s}} \approx \frac{V}{\text{cm}}$

Für den magnetischen Fluß Φ ergibt sich: $[\Phi] = 1Vs = 10^9 \text{ Volt} \cdot \text{cm}$

Die Magnetische Flußdichte ist: $B = \frac{\Phi}{F} \quad [B] = 1 \frac{Vs}{\text{cm}^2} = 1 \text{ Tesla} = 10^4 \frac{\text{Volt} \cdot \text{cm}}{\text{cm}^2} = 10^4 \text{ Gauss}$

Für die magnetische Feldstärke gilt: $H = \frac{B}{\mu_0 \mu_r} = \frac{F_p}{P} \quad [H] = 1 \frac{\text{Volt} \cdot \text{cm}}{\text{cm}} = 10 \text{ oersted} = \frac{10^3}{4\pi} \frac{A}{\text{cm}}$

Das Praktische System:

Mit: rationale Schreibweise, $k_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,98755 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}}$, $k_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0} = \frac{10^7}{(4\pi)^2} \frac{\text{Am}}{\text{Vs}}$
 $k_3 = \frac{1}{4\pi\gamma} = \frac{1}{4\pi}$ $\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} = 1,2566 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ $\gamma = 1$

$$F_Q = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Vm}}{\text{As}} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad F_P = \frac{10^7}{(4\pi)^2} \cdot \frac{P_1 P_2}{r^2} \quad F = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Q P V}{r^2} \cdot \sin \chi$$

Im Praktischen Maßsystem werden Volt und Ampere als Grundgrößen angesehen. Es gilt: $1VAs = 1Nm$ (Das gilt $1VAs \equiv 1Nm$ ist ein glücklicher Zufall, der angeblich bei der ursprünglichen Definition nicht vorsätzlich beabsichtigt war und erst später von Giorgi entdeckt wurde. Daher kommt es, daß das MKSA-System auch manchmal Giorgi-System genannt wird).

Da einheitenbehaftete Feldkonstanten verwendet werden, ergibt sich damit wieder der aussich mechanische Charakter der Elektrodynamik.

Nun betrachten wir zuerst folgenden Ausdruck von Seite 2: $\Psi_Q = \epsilon_0 4\pi k_1 \cdot Q$

Für nicht rationale Schreibweise gilt damit: $\Psi_Q = \epsilon_0 4\pi \cdot \frac{1}{\epsilon_0} \cdot Q = 4\pi Q$ und ebenso: $\Phi_P = 4\pi P$

Für rationale Schreibweise ergibt sich: $\Psi_Q = \epsilon_0 4\pi \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot Q = Q$ und ebenso: $\Phi_P = P$

Das heißt, die nicht rationale Schreibweise ordnet einer Ladung Q , bzw. Pol P einen 4π -fach so großen Quellfluß Ψ_Q bzw. Φ_P^* zu wie die rationale Schreibweise.

Zur Festlegung von ϵ_0 im Praktischen Maßsystem wurde die Wechselwirkungskraft zwischen zwei Ladungen für das Elektromagnetische- und das Praktische System gleichgesetzt:

$$F_P = \epsilon_0^2 \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \right) \cdot \frac{(Q(9,1 \text{ Volt} \cdot \text{s}))^2}{(r(\text{cm}))^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Q(\text{As}))^2}{(r(\text{cm}))^2} \Rightarrow \epsilon_0 = \frac{\text{As} \cdot \text{As} \cdot 10^4 \text{ cm}^2}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2} \cdot 10^2 \text{ dyn} \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^2}$$

$$= \frac{\text{As} \cdot \text{As}}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{14} \text{ Nm}^2} = \frac{\text{As} \cdot \text{VAs}}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ Nm} \cdot \text{Vm}} = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \quad \text{Mit der Beziehung:}$$

$$\frac{\gamma^2}{\epsilon_0 \mu_0} = c^2 \quad \text{und} \quad \gamma = 1 \quad \text{ergibt sich dann auch:} \quad \mu_0 = \frac{1}{c^2 \cdot \epsilon_0} = \frac{1}{9 \cdot 10^{18} \frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2} \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \text{ Nm} \cdot \text{Vm}}} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Vergleicht man das 2. Coulombsche- und Elektrodynamische-Elementargesetz

bezüglich der beiden Maßsysteme fällt einem ein Unterschied in der Kraftwirkung von $(4\pi)^2$ bzw. 4π auf. Dies liegt jedoch an der unterschiedlichen "felderzeugenden" Wirkung bedingt durch die unterschiedliche Schreibweise. Alle Gesetze in denen Ladungen und Pole nicht "felderzeugend" auftauchen, sind jedoch wirkungsgleich.

Gauss'sches System:

Mit: nicht rationaler Schreibweise, $K_1 = \frac{1}{\epsilon_0} = 1$ $K_2 = \frac{1}{\mu_0} = 1$ $K_3 = \frac{1}{\gamma^2} = \frac{1}{c_0}$

$$\epsilon_0 = \mu_0 = 1 \quad \gamma = c_0 \quad F_Q = \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad F_P = \frac{p_1 p_2}{r^2} \quad F = \frac{1}{c_0} \frac{Q p v}{r^2} \sin \theta$$

Die Dimensionen von Ladung, Strom, Spannung und Polstärke ergeben sich damit zu:

$$F(\text{dyn}) = \frac{(Q[Q])^2}{(r(\text{cm}))^2} \Rightarrow [Q] = \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm} \quad \text{und ebenso: } [P] = \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm}$$

$$I = \frac{Q}{t} \quad [I] = \frac{[Q]}{[t]} = \sqrt{\text{dyn}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}} \quad \text{und} \quad [U] = \frac{[F_Q]}{[Q]} \cdot [l] = \frac{\text{dyn}}{\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm}} \cdot \text{cm} = \sqrt{\text{dyn}}$$

Das Verhältnis der elektrostatischen Ladungseinheit $\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm}$ (esE) zu der Ladungsmenge 1As ergibt sich durch Kraftgleichsetzung zu:

$$F = c_0^2 \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \right) \cdot \frac{(Q(1\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{s}))^2}{(r(\text{cm}))^2} = \frac{(x \cdot (\sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm}))^2}{(r(\text{cm}))^2} \Rightarrow x = c_0 \cdot Q \quad \text{bzw.} \quad 1\text{As} \hat{=} 3 \cdot 10^9 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm} = 3 \cdot 10^9 \text{esE}$$

$$\text{Für die Stromstärke gilt: } 1\text{A} = \frac{1\text{As}}{\text{s}} \hat{=} 3 \cdot 10^9 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Die Spannungseinheit läßt sich durch Gleichsetzen von elektrischen Feldkräften auf eine Ladung ermitteln:

$$F_Q = Q \cdot E = 1\text{As} \cdot 1 \frac{\text{V}}{\text{cm}} = 1\text{N} = 10^5 \text{dyn} = 3 \cdot 10^9 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \text{cm} \cdot \frac{x \cdot \sqrt{\text{dyn}}}{100 \text{cm}} \Rightarrow x = \frac{1}{300} \quad \text{bzw.} \quad 1\text{V} \hat{=} \frac{1}{300} \sqrt{\text{dyn}}$$

$$\text{D.h.} \quad 1\text{V}_{\text{gauss}} = \frac{1}{300} \sqrt{\text{dyn}} = \frac{1}{3 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} \cdot 10^9 \sqrt{\text{dyn}} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}} = \frac{1}{c_0} \cdot 1\text{V}_{\text{el. mag.}}$$

Ein 1V bzw. 1Vs im Gauss'schen System haben demnach einen um $\frac{1}{c_0}$ anderen "Wert" als im Elektromagnetischen System.

Das Gauss'sche System übernimmt den magnetischen Teil des Elektromagnetischen Systems, demnach besteht z.B. ein Unterschied um den Faktor c_0 zwischen der elektrischen Vs und der magnetischen Vs !?

Tabellarische Zusammenfassung der elektrodynamischen Gesetze für zwei Maßsysteme : (Skalar vereinfacht)	Praktisches System	Gauss'sches System
1. Coulombsches Gesetz :	$k_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As}$ $k_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0} = \frac{10^7}{(4\pi)^2} \frac{Am}{Vs}$ $k_3 = \frac{1}{4\pi^2} = \frac{1}{4\pi}$ $\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$	$k_1 = \frac{1}{\epsilon_0} = 1$ $k_2 = \frac{1}{\mu_0} = 1$ $k_3 = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{c_0}$ $\epsilon_0 = 1$ $\mu_0 = 1$ $\gamma = c_0$
$F = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot k_1 \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ $E(r) = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot k_1 \cdot \frac{Q}{r^2}$ $V(r) = -\frac{1}{\epsilon_r} \cdot k_1 \cdot \frac{Q}{r}$ $D(r) = \epsilon_0 \cdot k_1 \cdot \frac{Q}{r^2}$ $\Psi_Q = \epsilon_0 \cdot 4\pi \cdot k_1 \cdot Q$	$F = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ $E(r) = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} \cdot \frac{Q}{r^2}$ $V(r) = -\frac{1}{\epsilon_r} \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As} \cdot \frac{Q}{r}$ $D(r) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Q}{r^2}$ $\Psi_Q = Q \quad \text{div } \vec{D} = \rho$	$F = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$ $E(r) = \frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r^2}$ $V(r) = -\frac{1}{\epsilon_r} \cdot \frac{Q}{r}$ $D(r) = \frac{Q}{r^2}$ $\Psi_Q = 4\pi Q \quad \text{div } \vec{D} = 4\pi \rho$
2. Coulombsches Gesetz : *	$F = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{10^7}{(4\pi)^2} \frac{Am}{Vs} \cdot \frac{P_1 P_2}{r^2}$ $H(r) = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{10^7}{(4\pi)^2} \frac{Am}{Vs} \cdot \frac{P}{r^2}$ $V_m(r) = -\frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{10^7}{(4\pi)^2} \frac{Am}{Vs} \cdot \frac{P}{r}$ $B(r) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{P}{r^2}$ $\Phi_P = \mu_0 4\pi k_2 \cdot P$	$F = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{P_1 P_2}{r^2}$ $H(r) = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{P}{r^2}$ $V_m(r) = -\frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{P}{r}$ $B(r) = \frac{P}{r^2}$ $\Phi_P = 4\pi P \quad \text{div } \vec{B} = 4\pi \rho_m$
Elektrodynamisches-Elementar-Gesetz :	$F = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{Q P V}{r^2} \sin \chi$	$F = \frac{1}{c_0} \cdot \frac{Q P V}{r^2} \sin \chi$
Biot Savart : $d\vec{H}(\vec{r}) = k_3 \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$	$d\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$	$d\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{c_0} \cdot \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}$
Lorentz : $\vec{F}_Q = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot Q \cdot \vec{V}_Q \times \vec{B}$	$\vec{F}_Q = Q \cdot \vec{V}_Q \times \vec{B}$	$\vec{F}_Q = \frac{1}{c_0} \cdot Q \cdot \vec{V}_Q \times \vec{B}$
1. Ampere : $d\vec{F} = \frac{k_3}{\mu_0 k_2} \cdot I d\vec{s} \times \vec{B}$	$d\vec{F} = I d\vec{s} \times \vec{B}$	$d\vec{F} = \frac{1}{c_0} \cdot I d\vec{s} \times \vec{B}$
2. Ampere : $\text{rot } \vec{H} = k_3 4\pi \vec{j}$	$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}$	$\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c_0} \cdot 4\pi \cdot \vec{j}$
Maxwell - Gleichungen :	$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} - \vec{j}_m^*$ $\text{rot } \vec{H} = \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} + \vec{j}$	$\text{rot } \vec{E} = -\frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \vec{B} - \frac{4\pi}{c_0} \vec{j}_m^*$ $\text{rot } \vec{H} = \frac{1}{c_0} \frac{\partial}{\partial t} \vec{D} + \frac{4\pi}{c_0} \vec{j}$
Materialkonstanten :	$\epsilon_r = (1 + \chi_e) \quad \epsilon_0 \neq 1$ $\mu_r = (1 + \chi_m) \quad \mu_0 \neq 1$	$\epsilon_r = \epsilon = (1 + 4\pi \chi_e)$ $\mu_r = \mu = (1 + 4\pi \chi_m)$
($\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$, $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$)		

Übersichtstabelle :

Größe	Dimension	Maßeinheiten Bezeichnung	Ab- kürzung
Arbeit und Energie Leistung	$m^2 \cdot kg/s^2$ $m^2 \cdot kg/s^3$	Joule Watt	J W
Elektrizitätsmenge (elektrische Ladung)	A · s	Coulomb Ampere- sekunde	C
Fluß der elektrischen Verschiebung (Induktion)	A · s	Coulomb	C
Elektrische Verschie- bung (Induktion)	A · s/m ²	Coulomb pro Quadrat- meter	C/m ²
Potentialunterschied, Spannung, elektro- motorische Kraft	m ² · kg/A · s ³	Volt	V
Kapazität	A ² · s ⁴ /m ² · kg	Farad	F
Elektrisches Moment Vektor der Polarisation (Polarisierung)	A · s · m A · s/m ²	— —	C · m C/m ²
Dielektrizitäts- konstante	A ² · s ⁴ /m ³ · kg	Farad pro Meter	F/m
Elektrische Feldstärke	m · kg/A · s ³	Volt pro Meter	V/m
Elektrischer Widerstand	m ² · kg/A ² · s ³	Ohm	Ω
Spezifischer elektrischer Widerstand	m ³ · kg/A ² · s ³	Ohm mal Meter	Ω · m
Spezifische elektrische Leitfähigkeit	A ² · s ³ /m ³ · kg	Siemens pro Meter	Ω ⁻¹ · m ⁻¹
Ionenbeweglichkeit	A · s ² /kg	—	m ² /V · s
Magnetischer Fluß	m ² · kg/A · s ²	Weber	Wb
Magnetische Induktion	kg/A · s ²	Tesla	T
Magnetisches Moment	A · m ²	—	A · m ²
Vektor der Magnetisie- rungsintensität (Magnetisierung)	A/m	Ampere- windungen pro Meter	A/m
Induktivität und Gegeninduktivität	m ² · kg/A ² · s ²	Henry	H
Magnetische Permeabilität	m · kg/A ² · s ²	Henry pro Meter	H/m
Magnetische Feldstärke	A/m	Ampere pro Meter	A/m
Magnetomotorische Kraft	A	Ampere oder Ampere- windungen	A oder Aw
Magnetischer Widerstand	A ² · s ² /m ² · kg	—	A/Wb oder Aw/Wb

Größe	Dimension in den Systemen elektrostatisches und GAUSSsches System		Beziehung zwischen den Einheiten	
	elektro- magnetisches System	elst. Einh. ¹⁾ Einh. i. SI	elm. Einh. Einh. i. SI	elst. Einh. ²⁾ elm. Einh.
Elektrizitätsmenge (elektrische Ladung)	$cm^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	$10c^{-1}$	10	c^{-1}
Fluß der elektrischen Verschiebung (Induktion)	$cm^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	$10 \cdot (4\pi c)^{-1}$	$10/4\pi$	c^{-1}
Elektrische Verschiebung (Induktion)	$cm^{-1/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	$10^5 \cdot (4\pi c)^{-1}$	$10^5/4\pi$	c^{-1}
Potentialunterschied, Spannung, elektro- motorische Kraft	$cm^{1/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	$10^{-8}c$	10^{-8}	c
Kapazität	cm	10^9c^{-2}	10^9	c^{-2}
Elektrisches Moment	$cm^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	$(10c)^{-1}$	10^{-1}	c^{-1}
Polarisation	$cm^{-1/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	10^5c^{-1}	10^5	c^{-1}
Dielektrizitätskonstante	—	$10^{11}/4\pi c^2$	$10^{11}/4\pi$	c^{-2}
Elektrische Feldstärke	$cm^{-1/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-2}$	$10^{-6}c$	10^{-6}	c
Stromstärke	$cm^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-2}$	$10c^{-1}$	10	c^{-1}
Elektrischer Widerstand	$cm^{1/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-1}$	$10^{-9}c^2$	10^{-9}	c^2
Spezifischer elektrischer Widerstand	cm · s	$10^{-11}c^2$	10^{-11}	c^2
Spezifische elektrische Leitfähigkeit	s ⁻¹	$10^{11}c^{-2}$	10^{11}	c^{-2}
Beweglichkeit der Ladung	$cm^{3/2} \cdot g^{-1/2}$	10^4c^{-1}	10^4	c^{-1}

Größe	Dimension in den Systemen elektro- magnetisches und GAUSSsches System		Beziehung zwischen den Einheiten	
	elektro- statisches System	elektro- magnetisches und GAUSSsches System	elst. Einh. Einh. i. SI	elst. Einh. ¹⁾ elm. Einh. i. SI
Magnetischer Fluß	$cm^{1/2} \cdot g^{1/2}$	Maxwell	$10^{-8}c$	10^{-8}
Magnetische Induktion	$cm^{-1/2} \cdot g^{1/2}$	Gauß	$10^{-4}c$	10^{-4}
Magnetisches Moment	$cm^{3/2} \cdot g^{1/2}$	—	$10^{-3}c^{-1}$	10^{-3}
Magnetisie- rungsvektor (Intensität der Magneti- sierung)	$cm^{-1/2} \cdot g^{1/2}$	—	10^3c^{-1}	10^3
Induktivität und Gegen- induktivität	$cm^{-1} \cdot s^2$	Centi- meter ³⁾	$10^{-9}c^2$	10^{-9}
Magnetische Permeabilität	$cm^{-2} \cdot s^2$	—	$10^{-7} \cdot 4\pi c^2$	$10^{-7} \cdot 4\pi$
Magnetische Feldstärke	$cm^{1/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-2}$	Oersted	$10^{9/4\pi}c$	$10^{9/4\pi}$
Magneto- motorische Kraft	$cm^{3/2} \cdot g^{1/2} \cdot s^{-2}$	Gilbert	$10/4\pi c$	$10/4\pi$
Magnetischer Widerstand	$cm \cdot s^{-2}$	—	$10^{9/4\pi}c^2$	$10^{9/4\pi}$

¹⁾ Dasselbe Verhältnis gilt auch für die Einheiten des GAUSSschen Systems und des SI (MKSA).
²⁾ Dasselbe Verhältnis gilt auch für die Einheiten des elektrostatischen und des GAUSSschen Systems.

Zur Übersichtstabelle : Elektrostatisches System : $k_1 = \frac{1}{\epsilon_0} = 1$ $k_2 = \frac{1}{\mu_0} = c_0^2$ $k_3 = \frac{1}{\gamma} = 1$

Tabelle aus : "Physik griffbereit" B.M. Jaworski , A.A. Detlaf Akademie - Verlag . Berlin

Noch etwas allgemeines :

Alle Maßsysteme bis auf das Praktische beziehen sich auf cgs - Einheiten (cm, gram, sec).

Es gilt dabei : $1 \text{ dyu} = 1 \text{ g} \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$, $1 \text{ Vdyn} = \text{cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ s}^{-1}$. Das Praktische System bezieht sich auf MKS - Einheiten (m, Kg, sec). Da das Ampere auch als Basisgröße bezeichnet wird, sagt man auch MKSA - system. (In der Elektrotechnik, wo die Masse meist keine Bedeutung hat, kennt man auch ein VAMS - System (V statt Kg).)

Früher wurde das Ampere für praktische Zwecke durch eine Silbergalvanische Reaktion definiert (ausich die As). Der Widerstand wurde mit einer bestimmten Quecksilbersäule festgelegt und die Spannung als Produkt von Strom mal Widerstand.

Im Lauf der letzten Jahrzehnte entstanden jedoch folgende internationale Definitionen (SI):

Basisgrößen : 1m ist das 1650763,73-fache einer bestimmten Kryptonwellenlänge.

1Kg ist die Masse des Internationalen Kilogrammprototyps.

1s ist die 9192631770-fache Periodendauer einer bestimmten Cäsiumstrahlung.

1 A ist die Stromstärke (für beide gleich) die zwei parallele unendlich lange und dünne Leiter mit einer Kraft von $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ pro m wechselwirken läßt. (im Vakuum)

Abgeleitete Größen : $1 \text{ N} = 1 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $1 \text{ Ws} = 1 \text{ Nm}$ $1 \text{ W} = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{s}}$

1 V ist die Spannung an einem Widerstand der bei 1A 1W "verbrät". u.s.w.

Verwendete Literatur :

Walter Greiner "Klassische Elektrodynamik" Verlag Harri Deutsch

Wilhelm H. Westphal "Physik" Springer Verlag OHG Berlin . Göttingen, Heidelberg

R.D. Harrison "Dateubuch Chemie Physik" Friedr. Vieweg & Sohn Braunschweig

Wolfgang Renner

(17)